

De l'arithmétique à l'algèbre en adaptation scolaire au secondaire

ITA 2022

Elena Polotskaia
elena.polotskaia@uqo.ca

Elena Polotskaia



Professeure en didactique des mathématiques

Université du Québec en Outaouais

elena.polotskaia@uqo.ca

www.elenapolotskaia.com



Conseil de recherches
en sciences humaines
du Canada

Canada

Centre
de services scolaire
des Draveurs
Québec



Centre
de services scolaire
au Coeur-des-Vallées
Québec



Sophie Lecompte Annie Bidégaré

Un problème « algébrique »

David et Laura participent à une collecte de fonds pendant 60 jours pour rénover le terrain de jeux de leur école. David a amassé 21\$ de plus que Laura. Ensemble, ils ont accumulé 73\$. Quelle somme David a-t-il amassée?

Quels sont les défis?

Que doit-on comprendre, savoir faire?

Comment s'y prendre?

Les données importantes?



Les données importantes?

David et Laura participent à une collecte de fonds pendant [redacted] jours pour rénover le terrain de jeux de leur école. David a amassé [redacted] de plus que Laura. Ensemble, ils ont accumulé [redacted]. Quelle somme David a-t-il amassée?

Les données importantes?

David et Laura participent à une collecte de fonds pendant \square jours pour rénover le terrain de jeux de leur école. David a amassé \square de plus que Laura. Ensemble, ils ont accumulé \square . Quelle somme David a-t-il amassée?

Passage arithmétique-algèbre

Les difficultés observées au début de l'apprentissage de l'algèbre:

- Reconnaître une lettre comme une valeur connue, inconnue ou variable
- Considérer une inconnue « comme une connue » dans des opérations et des transformations
- **Comprendre les relations entre les données pour construire une équation**

La recherche suggère que l'habitude de travailler toujours avec les nombres et se concentrer sur le calcul en cours de mathématiques peut provoquer un blocage et empêcher les élèves d'accéder à la partie non numérique du problème, à son sens.

Malara, N. A., & Navarra, G. (2018). New Words and Concepts for Early Algebra Teaching: Sharing with Teachers Epistemological Issues in Early Algebra to Develop Students' Early Algebraic Thinking. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds* (ICME-13 Mo, pp. 51–77).
https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_3

Approche relationnelle

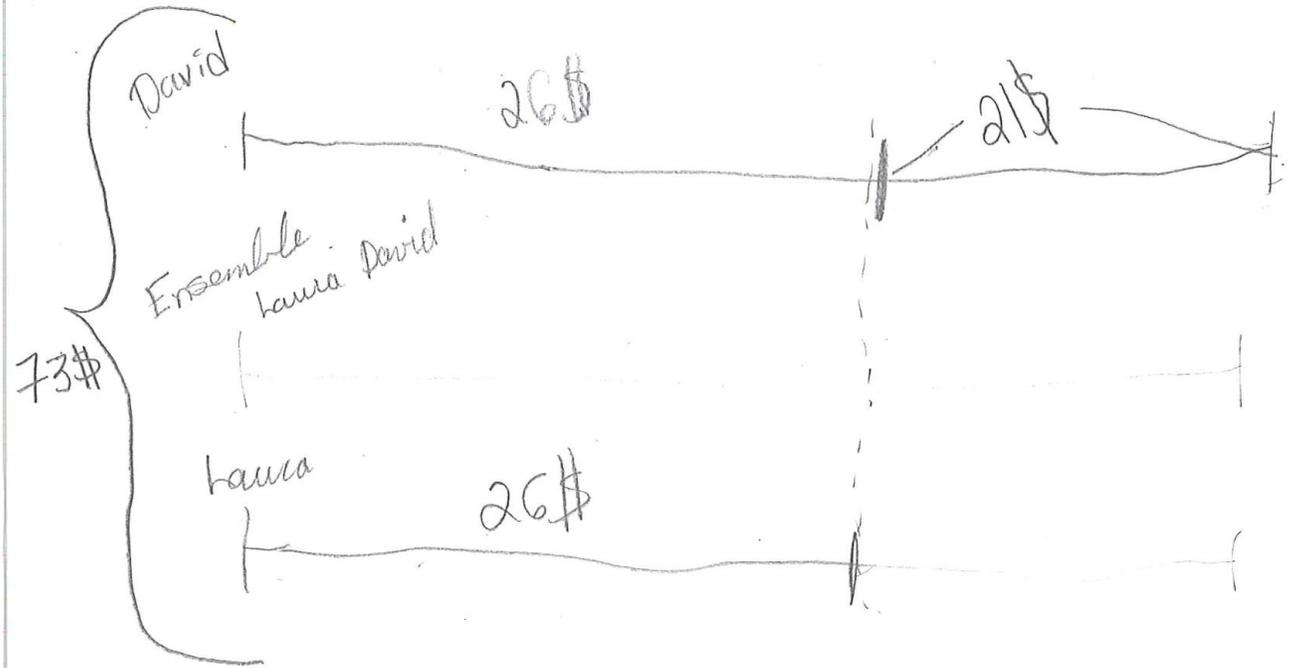
- Dans nos projets de recherche, nous avons proposé une approche relationnelle – mettre au centre d'apprentissage des mathématiques les relations entre les quantités.
- Nos expérimentations suggèrent que le contexte de la résolution de problèmes écrits mathématiques offre une excellente opportunité de travailler la pensée relationnelle chez les élèves.
- Ce travail peut aider les élèves à retrouver le sens dans l'activité mathématique, à développer leurs facultés cognitives et métacognitives, à bâtir la confiance, et aussi à faciliter le passage de l'arithmétique à l'algèbre.

Les étapes de travail

- Lire le problème, comprendre (littéralement) le texte. Être capable de redire l'histoire dans ses mots.
- Analyser et représenter les relations décrites.
- En utilisant la représentation, planifier et exécuter le calcul. Noter les résultats intermédiaires sur le schéma.
- Analyser la réponse numérique dans le contexte du problème, la valider.

Exemple: vidéo

Production finale de
l'élève: démarche
arithmétique



$$\begin{array}{r}
 73 \\
 - 21 \\
 \hline
 52\$ \\
 - 4 \downarrow \\
 \hline
 12 \\
 - 0 \downarrow \\
 \hline
 00
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{r}
 2 \\
 26\$
 \end{array} \right.
 \quad + \begin{array}{r}
 26 \\
 21 \\
 \hline
 47\$ \text{ David}
 \end{array}$$

Défis pratiques

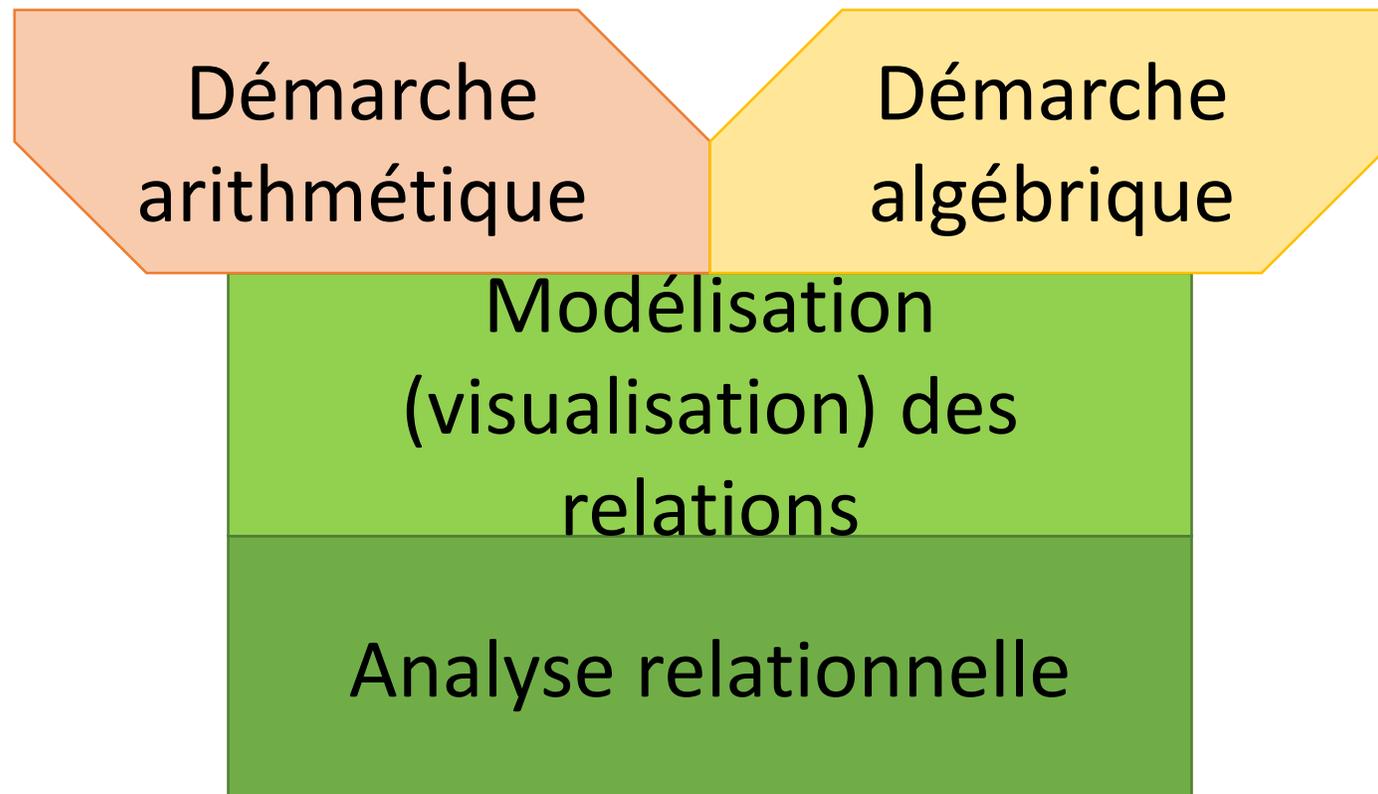
- Recours intuitif au calcul
- Compréhension partielle des phrases complexes
- Utilisation « mécanique » des schémas

Il ne s'agit pas d'un « manque de connaissances ».

Il ne s'agit pas d'un manque d'automatisme.

Les défis requièrent **le travail métacognitif**.

Résumé



Démarches possibles

- Apprendre à penser de façon « relationnelle » (vous-mêmes)
- Rendez-vous au site web www.elenapolotskaia.com

← Pommes d)  (60) × ?

Un groupe de **E** enfants est allé cueillir des pommes. Chacun des enfants a amassé **P** paniers identiques de pommes. Chaque panier contenait **K** kilogrammes de pommes. Combien de kilogrammes de pommes chaque enfant a-t-il amassé?

$+$ $-$ \times \div

1. =  

 Réponse finale: 

À lire



Polotskaia, E., Gervais, C. et Savard, A. (2019). **Représenter pour mieux raisonner**. *Résolution de problèmes écrits d'addition et de soustraction*. Éditions JFD.

Polotskaia, E., Gélinas, M.-S., Gervais, C. et Savard, A. (2022). **Représenter pour mieux raisonner**. *Résolution de problèmes écrits de multiplication et de division*. Éditions JFD.

Fortin, P. (en préparation). Trousse d'application en adaptation scolaire.

Un autre problème « algébrique »

Notre salle de concert peut accueillir 1260 spectateurs. Elle est composée de trois zones: rouge, verte et bleue. Il y a 254 sièges dans la zone rouge, ce qui est deux fois moins que le nombre de sièges dans la zone verte. Combien y a-t-il de sièges dans la zone bleue?

Quels sont les défis?

Que doit-on comprendre, savoir faire?

Comment s'y prendre?

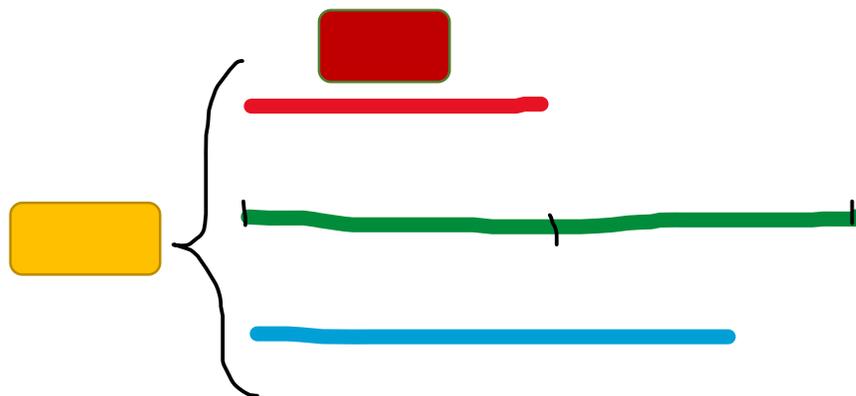
Les défis

Notre salle de concert peut accueillir 1260 spectateurs. Elle est composée de trois zones: rouge, verte et bleue. Il y a 254 sièges dans la zone rouge, ce qui est deux fois moins que le nombre de sièges dans la zone verte. Combien y a-t-il de sièges dans la zone bleue?

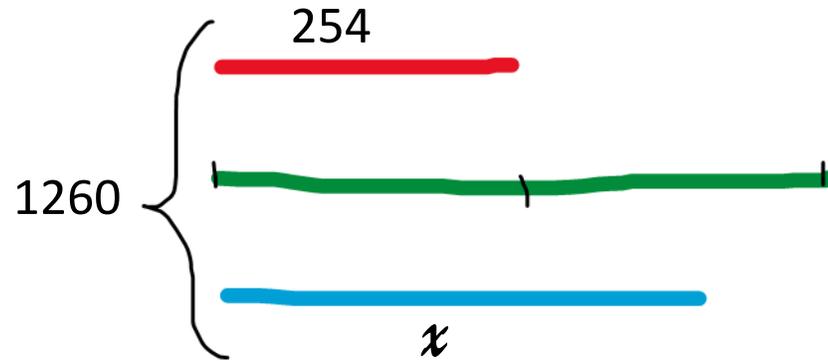
1. Ce problème est habituellement classifié comme algébrique, car il est difficile d'envisager une solution arithmétique.
2. Les nombres sont grands, ce qui empêche l'élève de procéder par essai et erreur.
3. L'expression « *ce qui est deux fois moins que* » est reconnue comme la formulation la plus difficile à comprendre.
4. Un problème complexe demande **une gestion métacognitive**.

Le sens

Notre salle de concert peut accueillir spectateurs. Elle est composée de trois zones: rouge, verte et bleue. Il y a sièges dans la zone rouge, ce qui est deux fois moins que le nombre de sièges dans la zone verte. Combien y a-t-il de sièges dans la zone bleue?



Une démarche algébrique



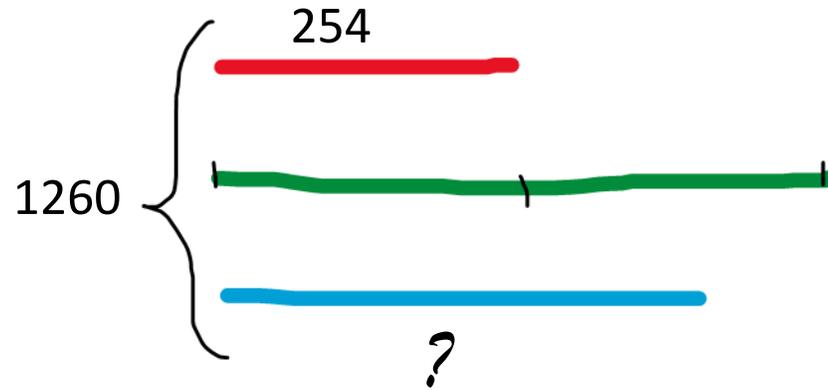
$$x + 254 + 2 \times 254 = 1260$$

$$x + 3 \times 254 = 1260$$

$$x = 1260 - 3 \times 254$$

$$x = 489$$

Une démarche arithmétique



$254 \times 3 = 762$ (sièges dans les zones rouge et verte ensemble)

$1260 - 762 = 498$ (sièges dans la zone bleue)