



# How to solve it in the relational paradigm? Comment peut-on le résoudre dans un paradigme relationnel?

Elena Polotskaia\*, Viktor Freiman\*\*,  
Nathalie Sylvia Anwandter Cuellar\*

\*Université du Québec en Outaouais

\*\*Université de Moncton



## True story / Histoire vraie

Anne est 2 ans plus âgée que son frère.  
Anne a 6 ans. Quelle est l'âge du frère?

Anne is 2 years older than her brother.  
Anne is 6 years old. How old is the brother?

$$2 + 4 = 6$$

$$6 + 2 = 4$$

$$6 - 2 = 4$$

$$6 + 2 = 8$$

Teacher: Sorry, I choose a bad problem.

Enseignante: Désolée, j'ai choisi un mauvais problème.



# How we understand a task Comprendre une tâche

- [https://vimeo.com/851337600?  
share=copy](https://vimeo.com/851337600?share=copy)

# Important data / Données importantes

[redacted] 2 years [redacted].

[redacted] 6 years [redacted] How old is the  
brother?

[redacted] 2 ans [redacted].

[redacted] 6 ans. Quelle est l'âge du frère?

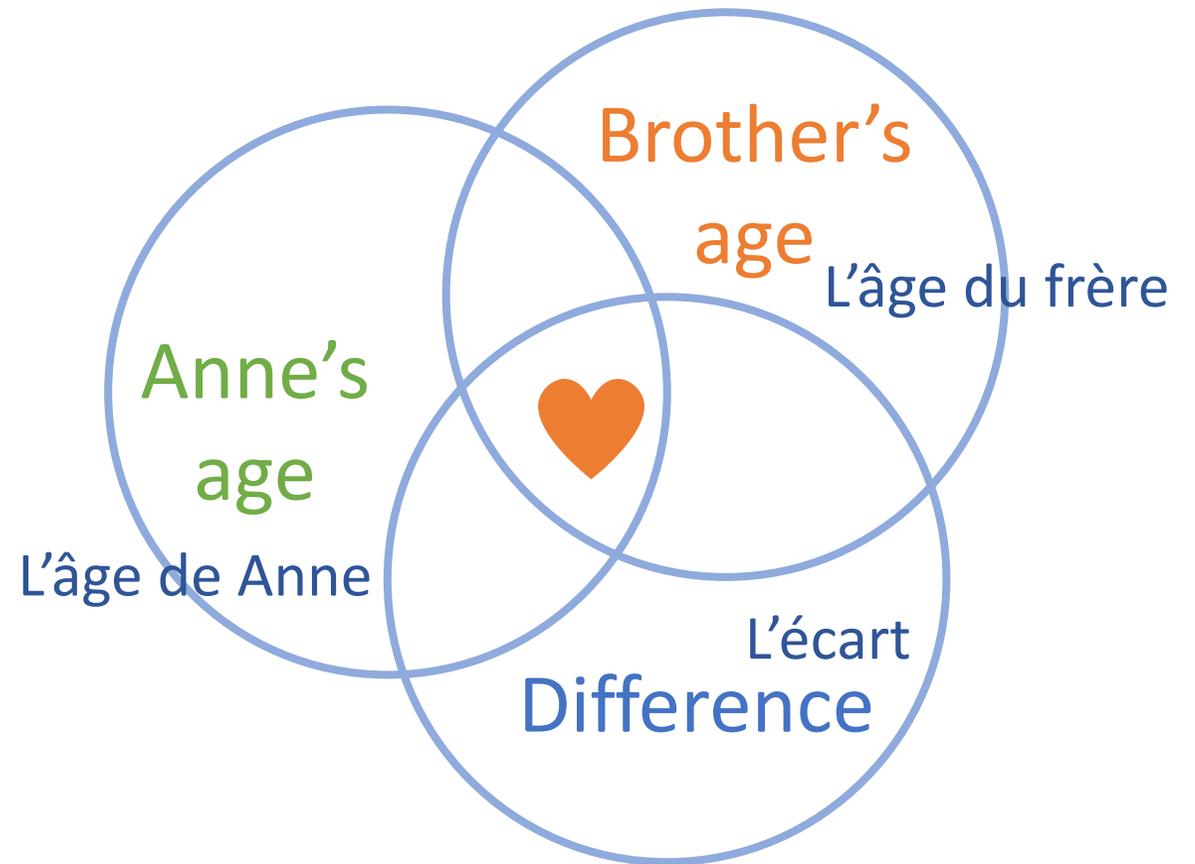
## Important logic / Logique importante

Anne is  years older than her brother.  
Anne is  years old. How old is the  
brother?

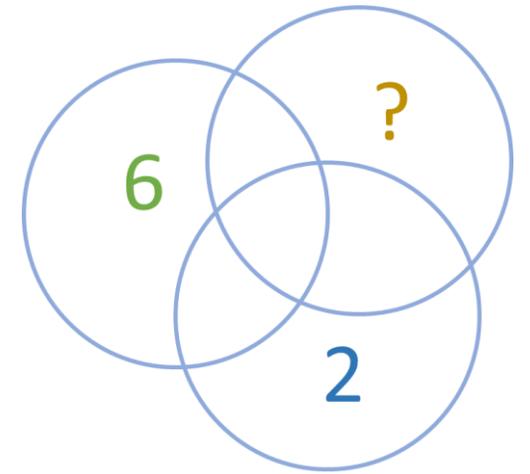
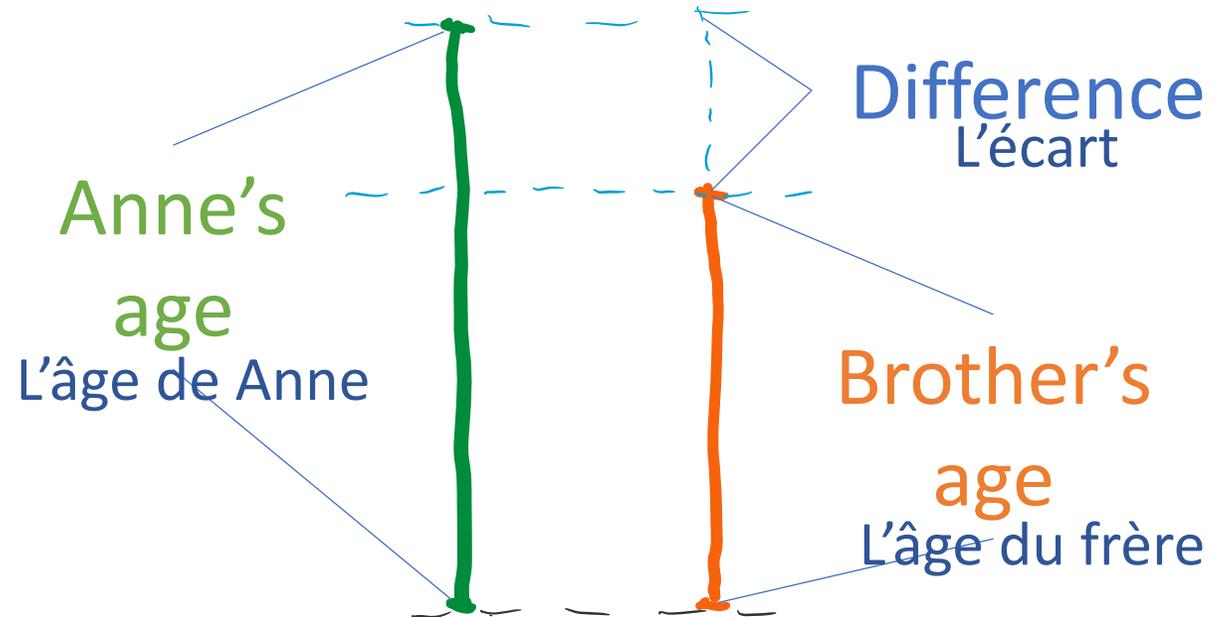
Anne est  ans plus âgée que son frère.  
Anne a  ans. Quel est l'âge du frère?

# What is «relational paradigm» ?

## Paradigme relationnel

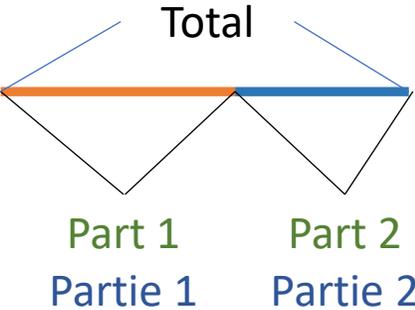


How can we represent a quantitative relationship?  
Comment peut-on représenter une relation?



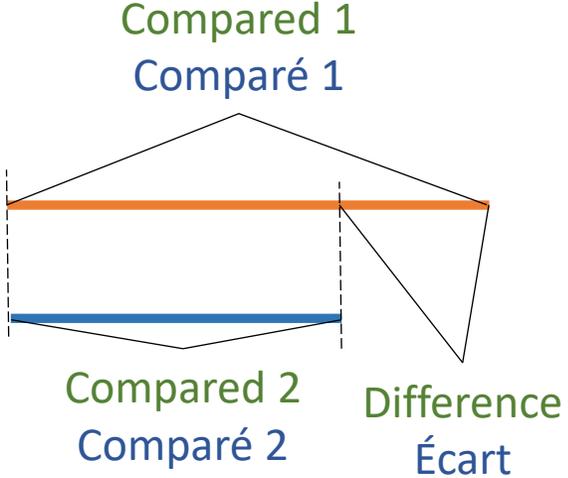
# Additive Composition

## Composition additive

<b>Description</b> <b>Description</b>	<b>Model</b> <b>Modèle</b>	<b>Examples</b> <b>Exemples</b>
<p>This relationship can be used if a quantity is composed of two (or more) parts.</p> <p>Cette relation peut être utilisée pour représenter une quantité composée des parties.</p>	 <p>Part 1 Partie 1</p> <p>Part 2 Partie 2</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. There are red apples and green apples.</li><li>2. Il y a des pommes rouges et vertes.</li><li>3. Ann has marbles. She wins more marbles.</li><li>4. Anne possède des billes. Elle gagne encore de billes.</li></ol>

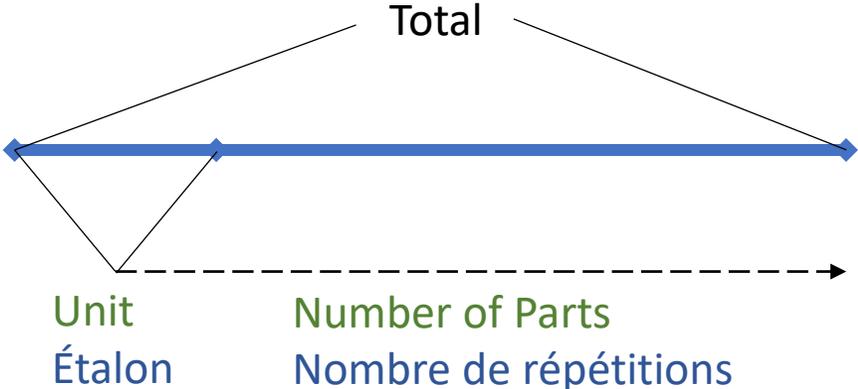
# Additive Comparison

## Comparaison additive

<b>Description</b> <b>Description</b>	<b>Model</b> <b>Modèle</b>	<b>Examples</b> <b>Exemples</b>
<p>This relationship can be used when two quantities are compared to highlight the difference.</p> <p>Cette relation peut être utilisée quand deux quantités qui sont comparées pour démontrer l'écart.</p>	 <p>The diagram shows two horizontal bars representing quantities. The top bar is orange and labeled 'Compared 1' (Comparé 1). The bottom bar is blue and labeled 'Compared 2' (Comparé 2). A vertical dashed line is drawn at the end of the shorter blue bar. The segment of the orange bar that extends beyond this dashed line is highlighted in orange and labeled 'Difference' (Écart), representing the additive comparison of the two quantities.</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Ann has fewer buttons than Olga.</li><li>2. Anne a moins de boutons que Olga.</li></ol>

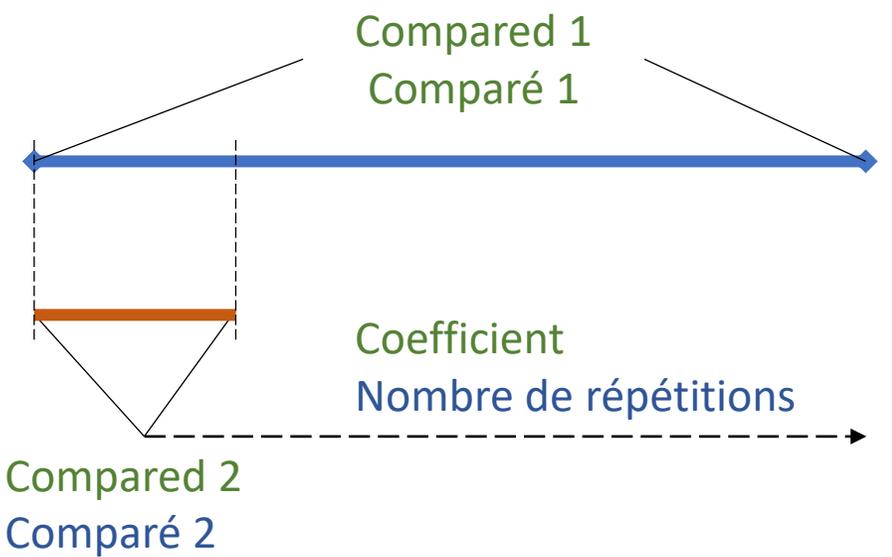
# Multiplicative composition

## Composition multiplicative

<b>Description</b> <b>Description</b>	<b>Model</b> <b>Modèle</b>	<b>Examples</b> <b>Exemples</b>
<p>This relationship can be used if one quantity is composed of several equal parts (the number of parts can be real). Cette relation peut être utilisée pour démontrer une quantité composée de plusieurs parties identiques (le nombre des parties peut être un nombre réel).</p>	 <p>The diagram illustrates the concept of multiplicative composition. At the top, the word "Total" is centered. Below it, a solid blue horizontal line with arrows at both ends represents the total. A vertical line descends from the left end of this blue line to a point labeled "Unit" (Unit / Étalon). A vertical line descends from the right end of the blue line to a point labeled "Number of Parts" (Nombre de répétitions). A dashed horizontal line connects these two points, with an arrow pointing to the right. A triangle is formed by the vertical lines and the dashed line. The word "Total" is connected to the top vertex of this triangle by two lines.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Max has many boxes with the same number of marbles in each.</li> <li>2. Max a plusieurs boites. Il y a un même nombre de billes dans chaque boite.</li> <li>3. A car moving with a constant speed made a certain distance in a certain time.</li> <li>4. Une voiture se déplace avec une vitesse constante. Elle a parcouru une distance pendant un certain temps.</li> </ol>

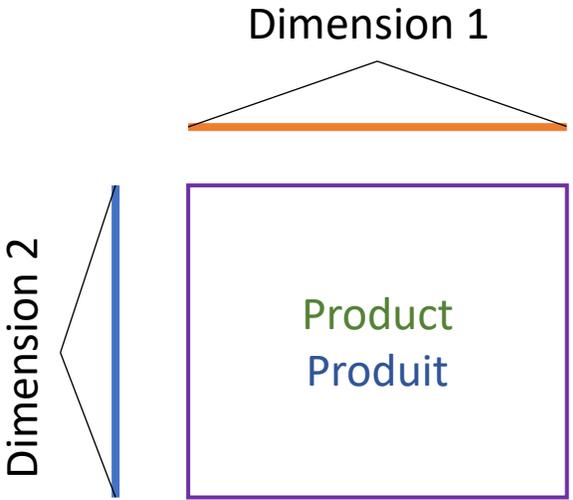
# Multiplicative Comparison

## Comparaison multiplicative

<b>Description</b> <b>Description</b>	<b>Model</b> <b>Modèle</b>	<b>Examples</b> <b>Exemples</b>
<p>This relationship can be used if one quantity is compared in a multiplicative way to the other quantity. The latter is physically distinct from the former, and the comparison yields a number whether it is known or unknown. Cette relation peut être utilisée quand une quantité est comparées à une autre de façon multiplicative (mesure). Les deux quantités sont physiquement distinctes. Cette comparaison produit un nombre (coefficient) qui peut être connu ou non.</p>	 <p>The diagram illustrates the multiplicative comparison model. It features a horizontal blue double-headed arrow labeled 'Compared 1' and 'Comparé 1'. Below it, a shorter orange double-headed arrow is labeled 'Compared 2' and 'Comparé 2'. A dashed horizontal arrow extends from the right end of the orange arrow to the right, labeled 'Coefficient' and 'Nombre de répétitions'. A dashed vertical line connects the right end of the orange arrow to the blue arrow. A dashed line also connects the left end of the orange arrow to the blue arrow. A dashed line extends from the left end of the orange arrow to the right, ending in an arrowhead.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Max has three times as many marbles as Maya. Max a trois fois plus de billes que Maya</li> <li>Max's shoe is twice as long as Maya's shoe. Un soulier de Max est deux fois plus long que celui de Maya.</li> <li>How many times is Maya younger than Max? Combien de fois Maya est-elle plus jeune que Max.</li> </ol>

# Cartesian Product

## Produit cartésien

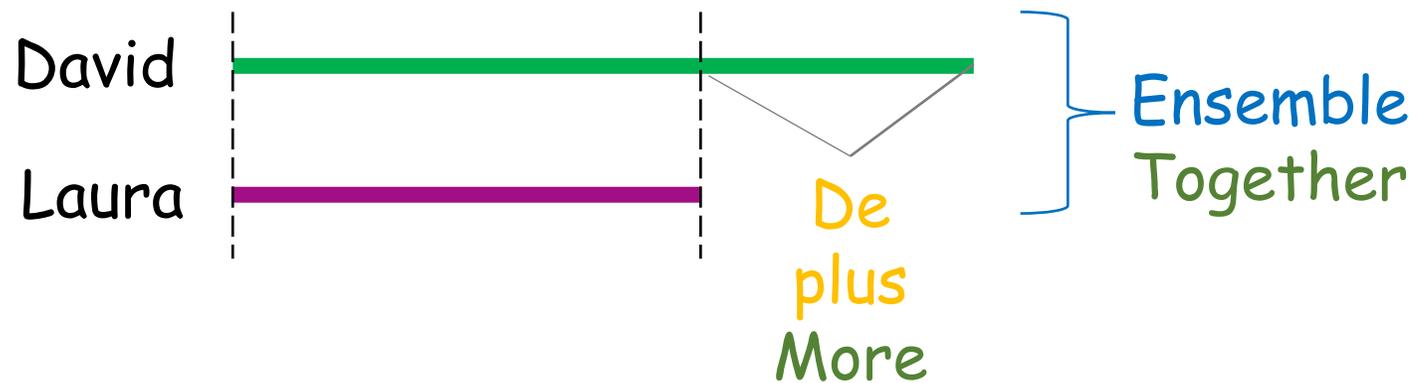
<p><b>Description</b></p> <p><b>Description</b></p>	<p><b>Model</b></p> <p><b>Modèle</b></p>	<p><b>Examples</b></p> <p><b>Exemples</b></p>
<p>This relationship can be used if all three elements have different physical origins and none of them can be seen as a pure number or as a unit of measurement.</p> <p>Cette relation peut être utilisée quand tous les trois éléments diffèrent selon leur origine physique. Aucun d'eux peut être considéré comme un nombre ou comme une unité de mesure (étalon) dans la situation.</p>	 <p style="text-align: center;">Dimension 1</p> <p style="transform: rotate(-90deg); position: absolute; left: 420px; top: 670px;">Dimension 2</p> <p style="text-align: center;">Product Produit</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. One uses a number of skirts and a number of blouses to create costumes.</li> <li>2. On utilise quelques jupes et quelques chemises pour former des costumes.</li> <li>3. One evaluates a rectangular area in relation to its length and width.</li> <li>4. On détermine l'aire d'un rectangle en fonction de sa longueur et sa largeur.</li> </ol>

# Represent the Logic

## Représenter la logique!

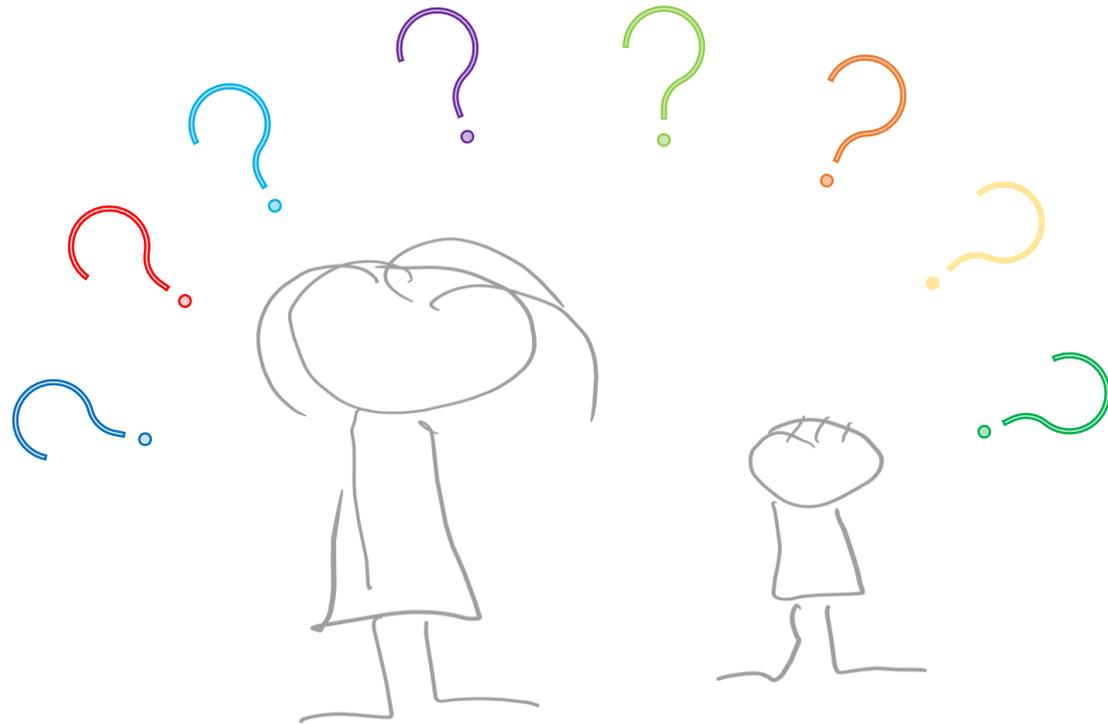
David and Laura participated in fund raising for  $\square$  days to support their school playground renovation. David collected  $\square$  \$ more than Laura. Together they collected  $\square$  \$. What some David has collected?

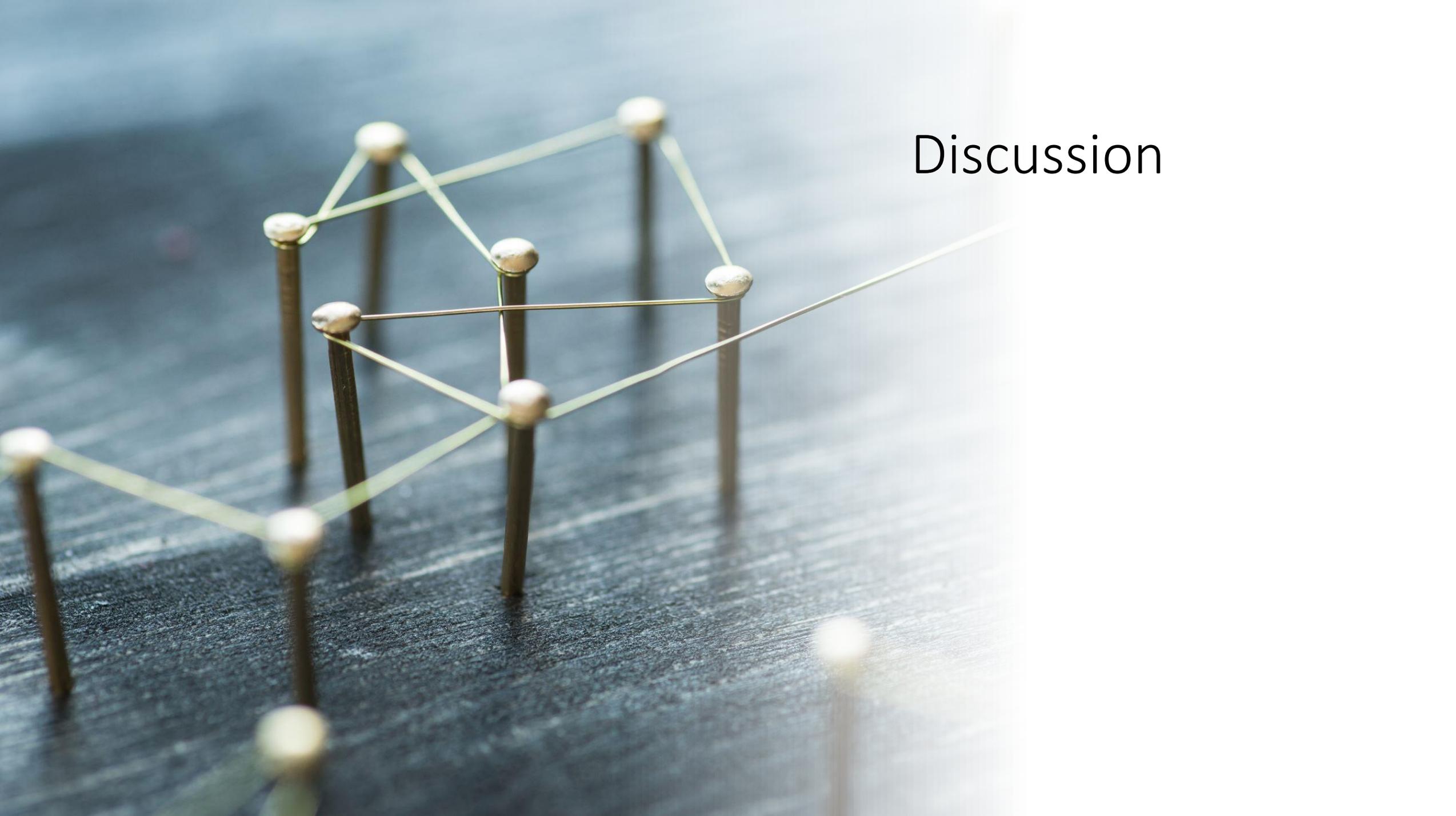
*David et Laura participent à une collecte de fonds pendant  $\square$  jours pour rénover le terrain de jeux de leur école. David a amassé  $\square$  \$ de plus que Laura. Ensemble, ils ont accumulé  $\square$  \$. Quelle somme David a-t-il amassée?*



# Practice Pratique

- How to represent?
- Comment representer?



A 3D wireframe model of a protein structure is shown on a dark, textured surface. The model consists of several vertical pins connected by thin, light-colored lines, forming a complex, interconnected network. A white arrow points from the word "Discussion" towards the right side of the image.

# Discussion

# Discussion

Pine trees b)

In the park, there were A pine trees and some lime-wood trees. When a hurricane hit, B lime wood trees fell. This meant that there was now N times less lime wood trees than pine trees in the park. In total, how many trees (pine and lime wood) were there before the hurricane?

This picture presents a work of a student «having persistent learning difficulties.»

Cette image présente le travail d'un élève « ayant des difficultés d'apprentissage persistantes ».

a+b
Problème
Schéma

Dans un parc, il y avait (A) pins et des tilleuls. Quand un ouragan a fait tomber (B) tilleuls, les tilleuls restants étaient (N) fois moins nombreux que les pins. Combien y avait-il d'arbres (pins et tilleuls) au début?

---

$(x - B) \times N = A$

$(x - B) \times N = A$

$x - B = \frac{A}{N}$

$x - B + B = \frac{A}{N} + B$

$x = \frac{A}{N} + B$

fois

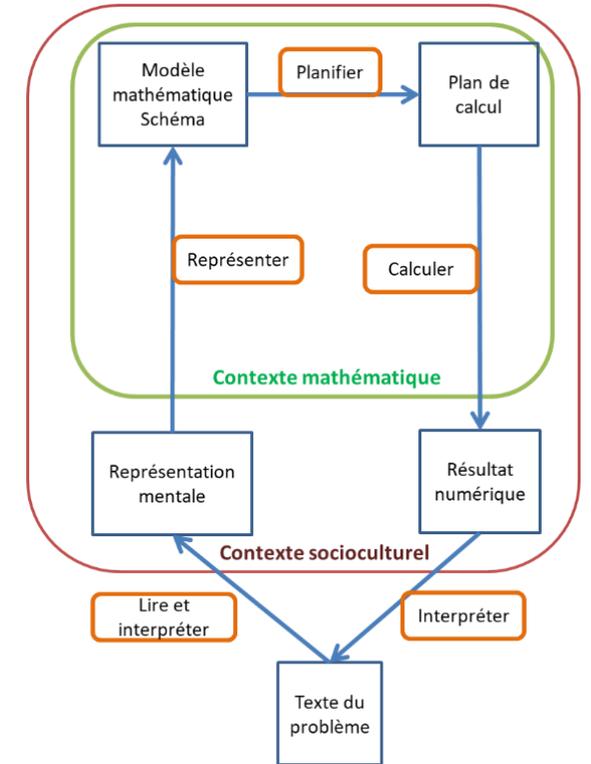
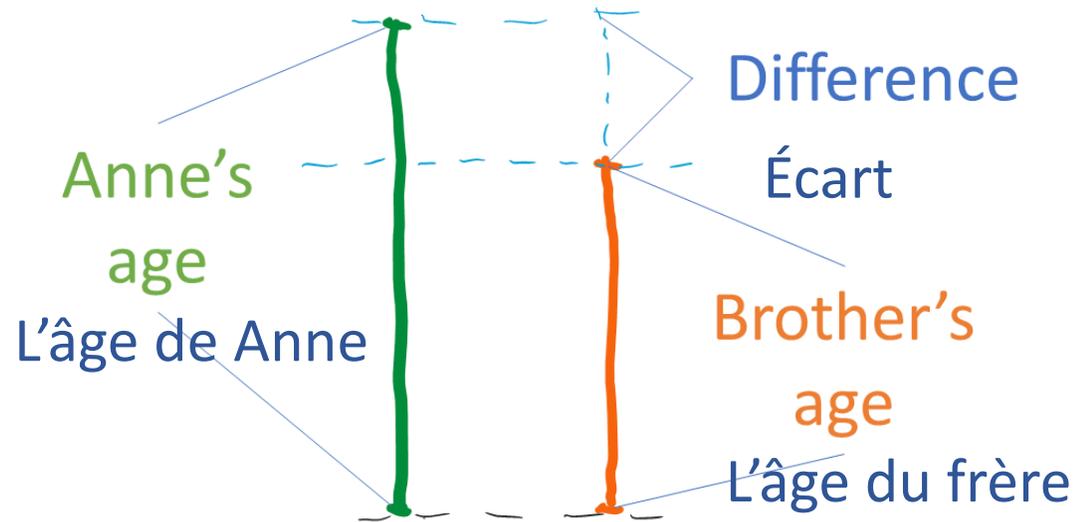
$= A \div N$

$= A \div (N + B)$

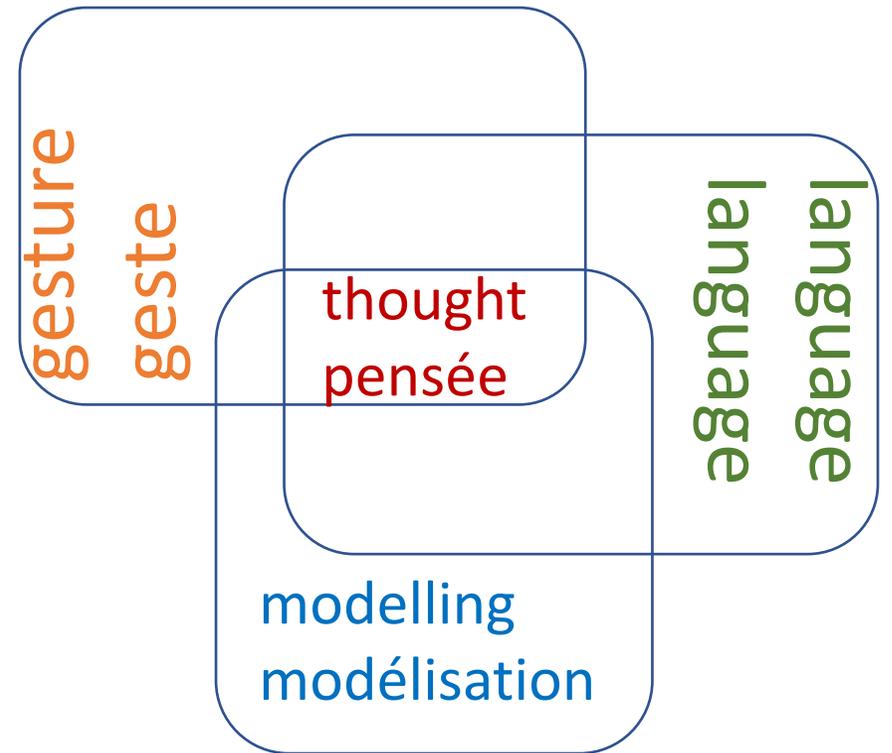
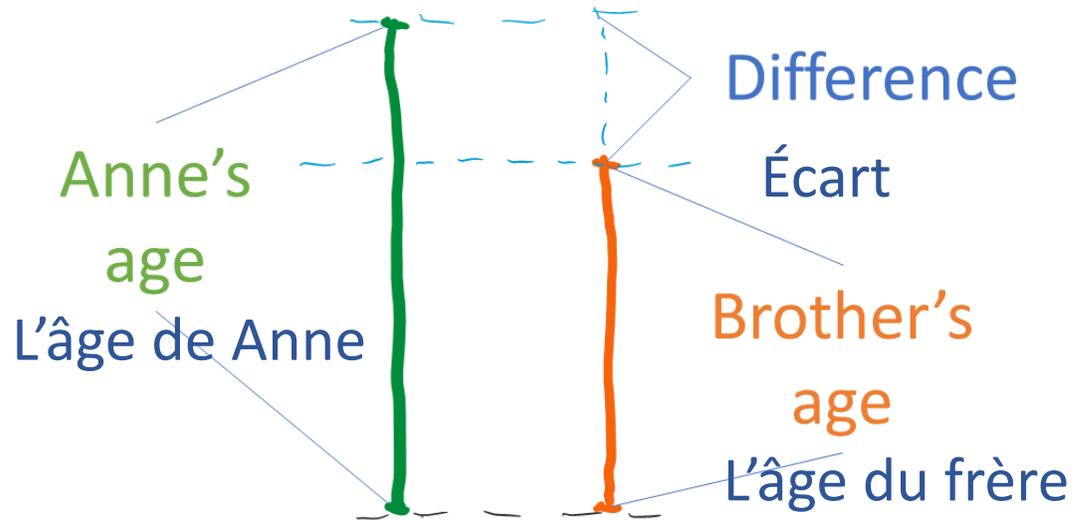
$= A \div (N \times B)$

What is the role and the place of a representation within the learning process?

Quels sont le rôle et la place d'une représentation dans le processus d'apprentissage ?



Why should we represent the relationship?  
Pourquoi doit-on représenter la relation?



# Notre recherche sur la pensée relationnelle

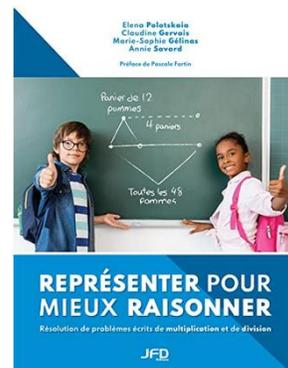
## Our research on relational thinking

Entre 2011 et 2018, nous avons réalisé de nombreux projets de recherche au sujet du développement de la pensée relationnelle dans le contexte de résolution de problèmes écrits au primaire, au secondaire et en adaptation scolaire.



[Polotskaia, Gervais, Savard, 2019](#)  
[Représenter pour mieux raisonner](#)  
[Résolution de problèmes d'addition et de soustraction, JFD](#)

Between 2011 and 2018, we conducted numerous research projects on the development of relational thinking in the context of problem-solving in primary, secondary, and special education.



[Polotskaia, Gélinas, Gervais, Savard, 2023](#)  
[Représenter pour mieux raisonner](#)  
[Résolution de problèmes de multiplication et de division, JFD](#)

# On the giants' shoulders

## Sur les épaules des géants

Vygotski, 1987  
Radford 2012  
Sophian, 2007  
Hegarty et al. 1995  
Okamoto 1996;  
Riley et al., 1984  
Nesher et al., 1982  
Schmittau, 2010  
Duval, 2006  
Nesher, 1982

Leontiev, 1978  
Lee, 2009  
Lesh & Zawojewski, 2007  
Xin et al., 2011  
Stavy and Babai's, 2009  
Schwartz 1996

Kieran 2018  
Malara & Navarra 2002  
Vergnaud 1982,  
Cai et al., 2005  
Carpenter et al., 1999  
Brousseau, 2015

Verschaffel ey al., 2010  
Thompson,1993  
Blanton et al., 2015  
Carraher and Martinez, 2008  
Robertson, 2017  
Iannece, Mellone, & Tortora, 2009  
Fagnant & Vlassis, 2013

Lins & Kaput, 2004  
Paoletti, 2020  
Sierpinska, 1994  
Pape, 2003  
El'konin, 1975

Bednarz, 2009